Mathematik Lösungen 3.11

1.) Verschaffen Sie sich eine räumliche Vorstellung von den folgenden Raumflächen oder stellen Sie diese mit Hilfe von Maple dar :

a.) $f(x,y)=\sqrt{1-\left(\sqrt{x^2+y^2}-3\right)^2}$ b.) $f(x,y)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$

c.) $f(x,y)=x+y-\sqrt{2xy}$

Vgl. Maple–Vorlage

2.) Lösen Sie aus dem Buch „Numerische Methoden" von Faires & Burden :

a.) die Aufgabe 11.) aus Abschnitt 3.5,

b.) die Aufgabe 13.) aus Abschnitt 3.5.

Vgl. Maple–Vorlage

3.) Lösen Sie die Differentialgleichung der erzwungenen Schwingung

$m\,\ddot{x}(t)=F_S+F_F+F_D$ mit den Anfangsbedingungen $x(0)=\dot{x}(0)=0$.

Hier bezeichnet m die Masse des schwingenden Körpers. Die einwirkenden Kräfte sind wie folgt gegeben :

Störkraft : $F_S = F_0\cdot\cos(\omega t)$

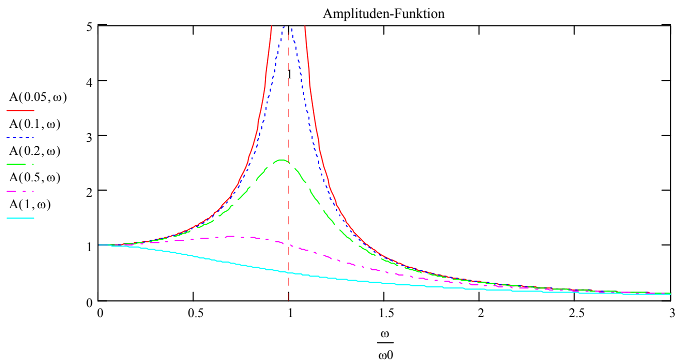
Federkraft : $F_F = -D\cdot x$

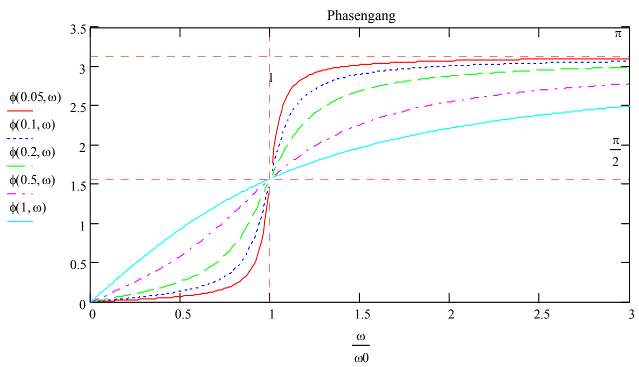
Dämpfungskraft : $F_D = -k\cdot v = -k\cdot\dot{x}$.

Die Störkraft ist eine externe, periodische Einwirkung mit der Kreisfrequenz ω. Die Federkraft bezeichnet die Rückstellkraft des schwingenden Systems; sie ist proportional, aber entgegengerichtet zur Auslenkung. Die Dämpfungskraft sei geschwindigkeitsproportional.

Unter welchen Bedingungen liegt bei der Lösung der DG ein Resonanzfall vor und was bedeutet dies praktisch ?

Vgl. Diskussion



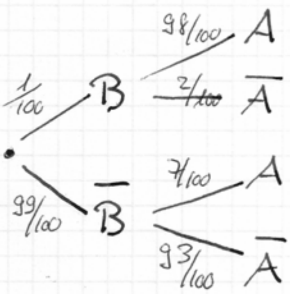


4.) Ein AIDS–Test hat folgende Irrtumswahrscheinlichkeiten :

$$P\left[\overline{A} \mid B\right] = 0.02 \quad \text{und} \quad P\left[A \mid \overline{B}\right] = 0.07$$

für die Ereignisse A = *„Test positiv"* und B = *„Person HIV–positiv".* Wir nehmen an, dass in der untersuchten Personengruppe $P[B] = 0.01$ ist.

a.) Berechnen Sie $P\left[B \mid A\right]$ und kommentieren Sie.



$$P[B|A] = \frac{P[A|B]\cdot P[B]}{P[A|B]\cdot P[B] + P[A|\overline{B}]\cdot P[\overline{B}]}$$

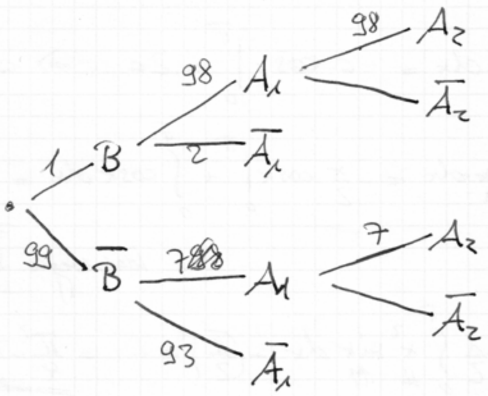
$$= \frac{\frac{98}{(100)^2}}{\frac{98}{(100)^2} + \frac{7\cdot 99}{(100)^2}} = \frac{98}{791} = \frac{14}{113}$$

$$\approx \underline{\underline{12{,}4\%}}$$

Auch wenn der Test positiv ausfällt (A), ist es noch eher <u>unwahrscheinlich</u>, dass die Testperson HIV-positiv ist (B).

b.) Das Ereignis in a.) legt nahe, den Test zu wiederholen, falls er positiv ausfällt. Berechnen Sie $P\left[B \mid A_1 \cap A_2\right]$, wobei A_i = *„i-ter Test positiv".* Wir nehmen an, dass die zwei Tests unabhängig sind, d.h. für $C = B$ resp. $C = \overline{B}$ gelte $P\left[A_1 \cap A_2 \mid C\right] = P\left[A_1 \mid C\right] \cdot P\left[A_2 \mid C\right] = \left(P\left[A \mid C\right]\right)^2$.

erweitern des Ereignisbaumes:



$$P[B|A_1 \cap A_2] = \frac{P[A_1 \cap A_2 | B]}{P[A_1 \cap A_2 | B]P[B] + P[A_1 \cap A_2 | \overline{B}]P[\overline{B}]}$$

$$= \frac{98\cdot 98\cdot 1}{1\cdot 98\cdot 98 + 99\cdot 7\cdot 7} = \frac{14\cdot 14}{14\cdot 14 + 99} = \frac{196}{\underline{\underline{295}}}$$

$$\approx 66{,}4\%$$