Mathematik Lösungen 3.23

Vgl. Maple–Vorlage für alle Aufgaben !

1.) Erweitern Sie die Maple–Vorlage zur Berechnung von Doppelintegralen mit Hilfe der zusammengesetzten Simpson'schen Regel so, dass Sie damit das folgende Integral berechnen können (mit $n = m = 6$) :

$$\int_0^{\pi/4} \int_{\sin(x)}^{\cos(x)} \left(2y \cdot \sin(x) + \cos^2(x)\right) \cdot dy\, dx$$

2.) Approximieren Sie mit der zusammengesetzten Simpson'schen Regel ($n = 10$) die uneigentlichen Integrale :

a.) $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{1}{x^4+1} \cdot dx$ b.) $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{\cos(x)}{x^3} \cdot dx$

3.) Lösen Sie mit dem Runge–Kutta Verfahren 4. Ordnung die folgenden Anfangswertprobleme erster Ordnung numerisch und vergleichen Sie diese mit den exakten Lösungen :

a.) $\dot{x}(t) = -x \cdot \sin(t) + \sin(t)$ mit $x(-2) = 2$.

b.) $y'(x) = \sin(x - y) + 1$ mit $y(0) = 2$.

c.) $y'(x) = \dfrac{e^{-y}}{x \cdot e^{-y} - 1}$ mit $y(-3) = 2$.

4.) Im August 1957 wurde in der Wüste Nevada's auf einem 210 m hohen Turm die 14–Kilotonnen–Bombe *Smoky* vor 3224 „interessierten Beobachtern" gezündet, von denen in der Folge 8 an Leukämie erkrankten und starben. Bei einer demographisch vergleichbaren Personengruppe werden im gleichen Zeitraum durchschnittlich 3 Leukämiefälle erwartet. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass rein zufällig mindestens 8 Leukämiefälle beobachtet wurden ?

5.) Bestimmen Sie mittels Laplace–Transformation die allgemeine Lösung des DG–Systems :

$$\begin{aligned} \dot{x} + \dot{y} + y &= e^t \\ \dot{x} - \dot{z} + 2x + z &= e^{-t} \\ \dot{y} + \dot{z} + y + 2z &= 0 \end{aligned}$$