

Mathematik Lösungen 4.1

- 1.) Untersuchen Sie, wie sich die Geburtstage der 1234 Studierenden der FH Aargau über das Jahr verteilen, d.h. wie viele Tage im Jahr sind mit keinem Geburtstag belegt, mit 1, 2, 3, 4, 5 oder 6 Geburtstagen? Nehmen Sie an, dass die Geburtstage einer
- Binomialverteilung unterliegen,
 - Poisson-Verteilung unterliegen.

Vgl. Maple-Vorlage

- 2.) Die Zufallsvariable X sei standardnormalverteilt und die Zufallsvariable Z sei definiert durch $Z = X^2$.
- Sind X und Z korreliert?
 - Sind X und Z stochastisch unabhängig?

Vgl. Maple-Vorlage

- c.) Bestimmen Sie die Dichtefunktion $g(z)$ von Z .

c.)

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$$

$$F(z) = P(X^2 \leq z) = P(|X| \leq \sqrt{z}) = \int_{-\sqrt{z}}^{\sqrt{z}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du$$

$$= 2 \int_0^{\sqrt{z}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du = 2 \left(\Phi(\sqrt{z}) - \frac{1}{2} \right)$$

$F(z) = 2\Phi(\sqrt{z}) - 1$ Verteilungsfunktion

Dichte: $g(z) = F'(z) = 2 \cdot f(\sqrt{z}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{z}} = 2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z/2} \frac{1}{2\sqrt{z}}$

$$\Rightarrow g(z) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{-z/2}}{\sqrt{z}} & \text{für } z > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

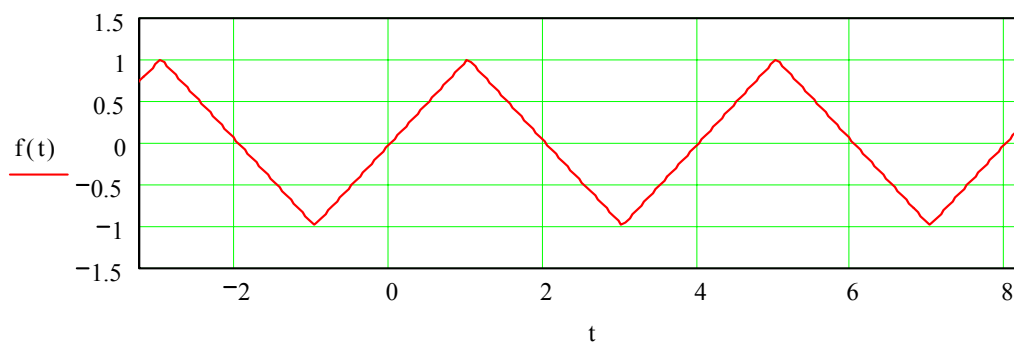
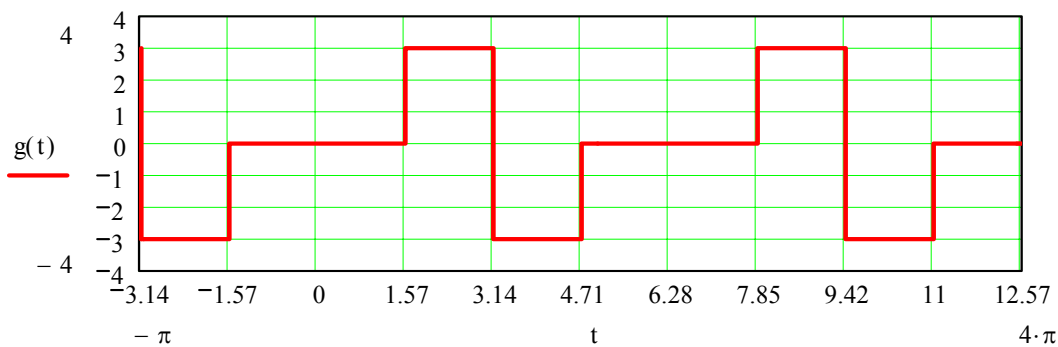
entspricht χ^2 -Verteilung mit $n=1$ Freiheitsgrad

- 3.) Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem mit adaptiver Stützstellenkontrolle nach der Methode von Runge–Kutta–Fehlberg im Intervall $-3 \leq t \leq 2$. Verwenden Sie für die Genauigkeit $\varepsilon = 10^{-5}$:

$$\dot{y}(t) = -200 \cdot t \cdot (y(t))^2 \quad \text{mit} \quad y(-3) = \frac{10}{9001}$$

Vgl. Maple–Vorlage

- 4.) Bestimmen Sie die Fourier–Reihe der beiden folgenden Funktionen und zeichnen Sie das zugehörige Amplitudenspektrum auf:



Vgl. Maple–Vorlage