Mathematik Lösungen 4.14

1.) Die Firma aus Übung 4.13.1 plant in Wirklichkeit grosse Projekte, welche aus mehreren neuen technologischen Komponenten (NTF's) besteht. Das Projekt A besteht aus den folgenden 5 NTF's, welche additiv die Gesamtleistung des Projekts bestimmen :

NTF	μ_i	σ_i
1	10	1.0
2	9	0.7
3	6	0.6
4	12	1.5
5	10	0.8

Wie gross ist das Gesamtrisiko σ_A des Projektes A, wenn alle NTF's stochastisch unabhängig sind ?

Ist die tatsächlich gemessene Leistung des Projekts $P_A > \mu_A + \sigma_A$, so erhält die Firma einen Bonus Bo pro übertroffene Leistungseinheit, höchstens aber Cap_+ . Ist jedoch $P_A < \mu_A - \sigma_A$, so muss die Firma einen Malus von Ma pro nicht erreichte Leistungseinheit bezahlen, höchstens aber Cap_- (vgl. Bild in Aufgabe 4.14.1).

Berechnen Sie, mit welchem mittleren Bonus/Malus die Firma rechnen muss und bestimmen Sie dafür auch die Standardabweichung, wenn :

$$Bo = 3 , \quad Ma = 1.75 , \quad Cap_+ = 10 , \quad Cap_- = 8.$$

Vgl. Java–Vorlage

2.) Leakage–Effekt : Berechnen Sie das Power–Spektrum einer abgetasteten, perfekten Sinus–Funktion der Frequenz $5\ \mathrm{Hz}$ mittels FFT und stellen Sie dieses auf einer logarithmischen Skala dar. Verwenden Sie 1024 Datenpunkte.

a.) Wählen Sie das Zeitfenster so, dass es exakt 5 Perioden der Sinus–Funktion enthält.

b.) Varieren Sie das Zeitfenster schrittweise, so dass es $5.1, 5.2, 5.3, \ . \ . \ . \ 6.0$ Perioden der Sinus–Funktion enthält und beobachten Sie die Veränderungen im Power–Spektrum.

c.) Wiederholen Sie b.) wenn Sie die obige Zeitreihe mit dem so genannten Hanning–Window (siehe Rückseite) gewichten.

Vgl. Maple–Vorlage

3.) Berechnen Sie näherungsweise für die folgende Matrix :

$$A = \begin{pmatrix} 5.0 & -2.0 & -0.5 & 1.5 \\ -2.0 & 5.0 & 1.5 & -0.5 \\ -0.5 & 1.5 & 5.0 & -2.0 \\ 1.5 & -0.5 & -2.0 & 5.0 \end{pmatrix}$$

a.) den betragsmässig grössten Eigenwert mit der Potenzmethode,

b.) den betragsmässig grössten Eigenwert mit der symmetrischen Potenzmethode,

c.) den betragsmässig kleinsten Eigenwert.

d.) Versuchen Sie mit Hilfe der Wielandtschen Deflation sämtliche Eigenwerte von A näherungsweise zu bestimmen.

Vgl. Maple–Vorlage

≺ Window–Funktionen ≻

Window	Funktion ($n = 0 \ldots N{-}1$)	Skalierung
Rechteck	$w(n) = 1$	1
Hanning	$w(n) = 0.5 \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi\, n}{N}\right)\right)$	$\frac{1}{0.5}$
Dreieck (Bartlett)	$w(n) = \begin{cases} \frac{2n}{N} & \text{für } 0 \le n \le N/2 \\ 2 - \frac{2n}{N} & \text{für } N/2 < n < N \end{cases}$	$\frac{1}{0.5}$
Hamming	$w(n) = 0.54 - 0.46 \cdot \cos\left(\frac{2\pi\, n}{N}\right)$	$\frac{1}{0.54}$
Blackmann	$w(n) = 0.42 - 0.5 \cdot \cos\left(\frac{2\pi\, n}{N}\right) + 0.08 \cdot \cos\left(\frac{4\pi\, n}{N}\right)$	$\frac{1}{0.42}$
Kaiser–Bessel	$w(n) = 0.4021 - 0.4986 \cdot \cos\left(\frac{2\pi\, n}{N}\right) + 0.0981 \cdot \cos\left(\frac{4\pi\, n}{N}\right) - 0.0012 \cdot \cos\left(\frac{6\pi\, n}{N}\right)$	$\frac{1}{0.4021}$
Flat–Top	$w(n) = 0.2155 - 0.4159 \cdot \cos\left(\frac{2\pi\, n}{N}\right) + 0.2780 \cdot \cos\left(\frac{4\pi\, n}{N}\right) - 0.0836 \cdot \cos\left(\frac{6\pi\, n}{N}\right) + 0.0070 \cdot \cos\left(\frac{8\pi\, n}{N}\right)$	$\frac{1}{0.2155}$