

Mathematik Lösungen 4.21

Vgl. Maple- und Java-Vorlagen

- 1.) Mit einer Befragung von Passanten soll versucht werden, die zu erwartende Wahlbeteiligung θ in einer bevorstehenden Abstimmung zu ermitteln. X bezeichne die Anzahl der befragten Personen, bis ein potentieller Nicht-Abstimmender gefunden wird. X wird durch die Verteilung beschrieben :

$$P_{\theta}(X = n) = \theta^{n-1} \cdot (1 - \theta)$$

Bestimmen Sie auf der Basis der ermittelten Stichprobenwerte für X

3 1 2 3 2 1 2 1 5 3 2 3

einen Maximum-Likelihood-Schätzwert für θ .

- 2.) Ein Bildschirmproduzent möchte eine Schätzung, welcher Prozentsatz seiner Geräte mit einem Fehler behaftet ist. Dazu werden aus drei Lieferungen zu je 100 Stück je eine Stichprobe im Umfang von 5 genommen. Die Überprüfung zeigt, dass in einer Stichprobe ein fehlerhafter Bildschirm gefunden wurde, in den andern beiden Stichproben keine. Schätzen Sie mit der Maximum-Likelihood-Methode den fehlerhaften Prozentsatz.

- 3.) X sei eine normalverteilte Zufallsvariable, für deren Mittelwert anhand folgender Stichprobe ein Konfidenzintervall auf dem Vertrauensniveau 95% bestimmt werden soll :

140 , 162 , 128 , 132 , 136 , 148 , 140 , 128 , 135 , 158

- a.) unter Annahme bekannter Varianz $\sigma^2 = 11$,
b.) bei unbekannter Varianz.

- 4.) Erweitern Sie das Lineare Differenzverfahren mit der Richardson-Extrapolation.

- a.) Lösen Sie damit das Randwertproblem mit $h = 0.05$, 0.025 und 0.0125

$$y'' = \frac{-4 \cdot x}{x^2} \cdot y' + \frac{-2}{x^2} \cdot y + \frac{-2 \cdot \ln(x)}{x^2} \quad \text{mit} \quad y(1) = \frac{1}{2} \quad \text{und} \quad y(2) = \ln(2)$$

- b.) Wie gross darf h für obiges Randwertproblem maximal sein damit das Gleichungssystem des Differenzverfahrens garantiert noch eine eindeutige Lösung besitzt.

- 5.) Erzeugen Sie mit dem Zufallsgenerator von Übung 4.20.4 eine Anzahl (z. Bsp. $N = 100$) exponentiell verteilter Pseudozufallszahlen mit dem Parameter $\lambda = 2.5$ und schätzen Sie anschliessend (als weiteren Test für den Zufallsgenerator) mit der Maximum-Likelihood-Methode den zu dieser Zahlenreihe gehörenden Parameter.