

## Mathematik Lösungen 4.23

## Vgl. Maple-Vorlagen

- 1.) Nach einer alten Volksweisheit neigen Kinder dazu, bei ihrer Geburt die unbequemste Tageszeit zu wählen. Eine Kinderklinik berichtet, dass von den 2650 Geburten eines Jahres 494 zwischen Mitternacht und 4 Uhr früh erfolgten. Testen Sie diese Geburten auf Gleichverteilung.
- 2.) Vor rund 30 Jahren hat W.H. Longcor 2 Millionen mal Präzisionswürfel gerollt, wobei er für je 20 000 Würfe einen neuen Würfel verwendete. Er wiederholte das Experiment durch Rollen handelsüblicher Würfel. Das Ergebnis lautete wie folgt :
- |                         |         |                               |
|-------------------------|---------|-------------------------------|
| Präzisionswürfel :      | 2000000 | Würfe, davon 50.045% „gerade“ |
| Handelsübliche Würfel : | 1160000 | Würfe, davon 50.725% „gerade“ |
- Handelsübliche Würfel haben ausgebohrte Augenzahlen. Wegen  $2 + 4 + 6 = 12$  und  $1 + 3 + 5 = 9$  sollte „gerade“ begünstigt sein.
- a.) Diskutieren Sie obiges Resultat.  
b.) Geben Sie für handelsübliche Würfel ein Intervall an, in dem die Anzahl Würfe mit „gerader“ Augenzahl mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% liegen.
- 3.) Geben Sie für die Wahlbeteiligung  $\theta$  bei der Aufgabe 4.21.1 und für die dort aufgeführten Stichprobenwerte ein 90%-Konfidenzintervall an.
- 4.) Der prozentuale Anteil an „Linkshänder“ in der Schweizerbevölkerung soll mittels einer Stichprobe auf 1% genau bestimmt werden. Welcher Umfang muss für die Stichprobe geplant werden
- a.) bei einem Konfidenzniveau von 90% ?  
b.) bei einem Konfidenzniveau von 95% ?
- 5.) Die Hypothese, dass eine Münze „echt“ ist, wird angenommen, wenn die Anzahl von „Kopf“ bei einer Stichprobe von 100 Würfeln zwischen 40 und 60 liegt. Bestimmen Sie  $\alpha$ , den Fehler 1. Art und  $\beta$ , den Fehler 2. Art in Abhängigkeit der tatsächlichen Wahrscheinlichkeit  $p$ , „Kopf“ zu werfen.  
Stellen Sie  $\beta(p)$  graphisch dar für  $0 \leq p \leq 1$ .

- 6.)  $X$  sei eine normalverteilte Zufallsvariable (Aufgabe 4.21.3), für deren Standardabweichung anhand folgender Stichprobe ein Konfidenzintervall auf dem Vertrauensniveau 95% bestimmt werden soll:

140, 162, 128, 132, 136, 148, 140, 128, 135, 158.

- 7.)  $X$  sei nochmals die normalverteilte Zufallsvariable der vorhergehenden Aufgabe. Prüfen Sie anhand der folgenden Stichprobe die Hypothese, dass  $E[X] \leq 130$  ist:

140, 162, 128, 132, 136, 148, 140, 128, 135, 158.

- a.) Mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5%      b.) 2%      c.) 1%.

- 8.)  $X$  sei wiederum die normalverteilte Zufallsvariable der obigen Aufgabe. Prüfen Sie anhand der obigen Stichprobe die Hypothese, dass  $\sigma \leq 8$  ist mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% resp. 1%.

- 9.) Die Firma Rambus Inc. hat ein neues Speicherverfahren entwickelt, mit welchem eine bestimmte Datenmenge in  $\mu$  Millisekunden gespeichert werden kann. Mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 1% soll die Hypothese getestet werden, dass die neue Methode schneller ist als das alte Verfahren, welches durchschnittlich 300 ms benötigt. Es wird angenommen, dass beide Verfahren dieselbe Standardabweichung von 24 ms haben. Stellen Sie den Fehler 2. Art  $\beta(\mu)$  graphisch dar.