

Übung 6**17.05.04**

- (1) Approximieren Sie folgende Anfangswert-Probleme mit dem Eulerschen Verfahren. Bestimmen Sie aus dem Vergleich mit der exakten Lösung jeweils eine obere Schranke für den absoluten Approximationsfehler.

(a) $y'(t) = 1 + (t - y(t))^2$, $2 \leq t \leq 3$, $y(2) = 1$, $h = 0.1$

(b) $y'(t) = \cos(2t) + \sin(3t)$, $0 \leq t \leq 1$, $y(0) = 1$, $h = 0.05$

- (2) Wiederholen Sie Aufgabe 1 mit dem Taylor'schen Verfahren 2. Ordnung

- (3) Wiederholen Sie Aufgabe 1 mit dem Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung

- (4) Approximieren Sie die Lösungen des folgenden Systems von DGL's erster Ordnung mit dem Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung:

$$\begin{aligned}u_1'(t) &= 4u_1 - u_2 + u_3 - (t+2)^2, & u_1(0) &= 3 \\u_2'(t) &= -u_1 + 3u_2 - 2u_3 + 2t^2 + t + 15, & u_2(0) &= -7 \\u_3'(t) &= u_1 - 2u_2 + 3u_3 - 3t^2 + t - 10, & u_3(0) &= -2 \\0 \leq t \leq 1, & & h &= 0.1\end{aligned}$$

Vergleichen Sie die Approximation mit dem exakten Wert und bestimmen Sie je eine obere Schanke für den relativen Fehler der Approximationen von u_1 , u_2 und u_3 .

- (5) Approximieren Sie folgendes Anfangswertproblem dritter Ordnung mit Runge-Kutta 4. Ordnung:

$$\begin{aligned}y^{(3)}(t) + 2y''(t) - y'(t) - 2y(t) &= e^t, & 0 \leq t \leq 3 \\y(0) = 1, & y'(0) = 2, & y''(0) = 0, & h = 0.1\end{aligned}$$

Bestimmen Sie durch den Vergleich mit der exakten Lösung den relativen Fehler der Approximationen von $y(t)$, $y'(t)$ und $y''(t)$.