Übung 5 03.05.04

(1) Bestimmen Sie die zwei Integrale $\int_3^5 \frac{dx}{\sqrt{x^2-4}}$ und $\int_0^1 x^2\, e^{-x}\, dx$ mit einer Genauigkeit von 10^{-5}. Bestimmen Sie die Schrittweite n für die geforderte Genauigkeit jeweils aus dem Fehlerglied der Methode.

(a) Mit der Trapezmethode
(b) Mit der Mittelpunktsmethode
(c) Mit der Simpsonschen Regel

(2) Implementieren Sie das Gauss'sche Quadraturverfahren in Maple und werten Sie die Integrale von Aufgabe (1) mit $n = \{2, 3, 4, 5\}$ aus. Vergleichen Sie Ihre Resultate mit den Resultaten von Maple's `int`.

(3) Implementieren Sie die Romberg-Integration in Maple. Werten Sie die Integrale von Aufgabe (1) aus für $k,\ j = 1, 2, \ldots 8$.

(4) Berechnen Sie folgende uneigentliche Integrale:

(a) $\displaystyle\int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{\sqrt[5]{1-x}}\, dx$ (b) $\displaystyle\int_1^\infty \frac{\cos(x)}{x^3}\, dx$

Benutzen Sie für den numerischen Teil jeweils die Simpson-Regel mit $n = 6$.

(5) Die Gleichung $\displaystyle\int_0^x \frac{e^{-t^2/2}}{\sqrt{2\pi}}\, dt = c$ kann mit dem Newton-Verfahren für

$$f(x) = \int_0^x \frac{e^{-t^2/2}}{\sqrt{2\pi}}\, dt - c \text{ und}$$

$$f'(x) = \frac{e^{-x^2/2}}{\sqrt{2\pi}}$$

gelöst werden. Nehmen Sie für die Auswertung von $f(x)$ ein Integrationsverfahren Ihrer Wahl.

(a) Bestimmen Sie x für $c = 0.482$, Startwert $x_0 = 1$ und einer Genauigkeit von 10^{-5}.
(b) Bestimmen Sie x für $c = 0.499$ und $c = 0.49999$